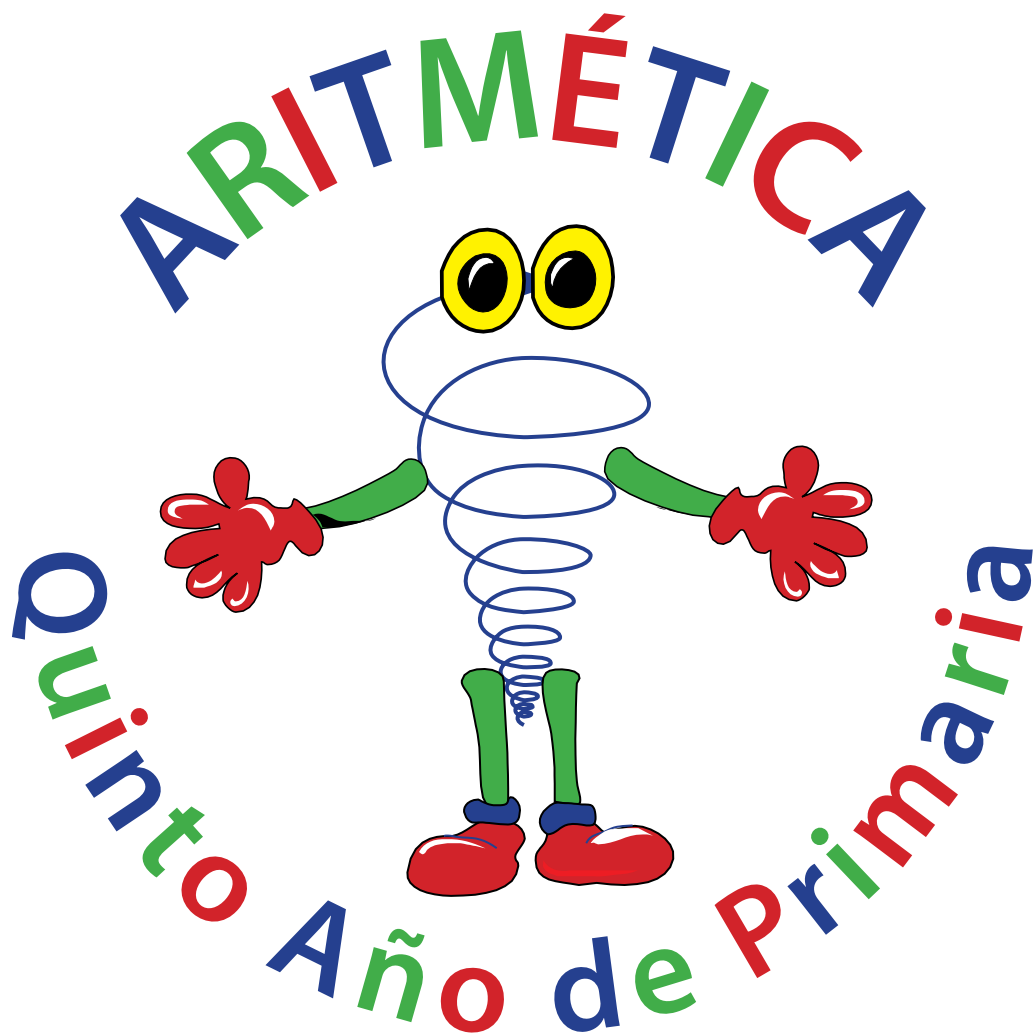


Aritmética



MORENO



José Luis Moreno Aranda



Aritmética
Quinto año de primaria
José Luis Moreno Aranda

Grupo Mathematiké, SA de CV
Prohibido Reproducir
Todos los Derechos Reservados
Impreso en México
2009

Contenido

Introducción

La pedagogía de San Ignacio de Loyola aplicada a la enseñanza de las matemáticas	vii
Aritmética. Libro electrónico del maestro	viii
Material didáctico Mathematiké	viii
Objetivo del libro	viii
Cómo está organizado el libro	viii
Niveles en la apropiación del conocimiento matemático	viii
Nuestra página de Internet	viii

Capítulo 1

Los números naturales

Los nueve dígitos	11
El cero	12
Las columnas numéricas	12
Los números naturales	13
La cantidad de números naturales es infinita	13
Los nombres de los números	13
Notación desarrollada	15

Análisis de los números

Con la multiplicación también podemos crear algunos números naturales	16
Los números primos solamente pueden crearse sumando 1	16
Los números no primos también se crean multiplicando números primos	16
Teorema fundamental de la aritmética	17
Definición de números primos y no primos utilizando la división	18
Factores primos de un número natural	18
Descomponer un número no primo en sus factores primos	20
Algoritmo para descomponer un número no primo en sus factores primos	21
Relación de los números naturales con la suma, multiplicación y división	23
Mínimo común múltiplo	26
Algoritmo para encontrar el mínimo común múltiplo	28
Números pares e impares	30
Números creados con el número primo 2	32
Números creados con el número primo 3	33
Números creados con el número primo 3 dos veces	36
Números creados con los números primos 2 y 3	39
Números creados con los número primos 2 y 5	41
Resumen de la forma de crear los números naturales	42
Resumen de las características de los números naturales	42
Números naturales	43
El cero	44
Dimensiones o realidades de los números naturales	44
Números enteros	44
Árbol genealógico de los números enteros	45
Teorema fundamental de la aritmética	45

Los números fraccionarios	
Introducción	47
Concepto de fracción	47
Concepto de unidad de una fracción o número fraccionario	47
Notación de un número fraccionario	48
Notación de fracción mixta	52
Fracciones impropias	57
Fracciones equivalentes	60
Números racionales	62
Números irracionales	62
Clasificación de los números	
El cero	63
Números naturales	63
Números enteros	63
Números fraccionarios o racionales	63
Números irracionales	63
Números reales positivos	63
Árbol genealógico de los números reales positivos	64
Clasificación de los números reales positivos	65
La recta de los números reales positivos	
Los números también representan una distancia	66
Los números irracionales no se pueden localizar en la recta de los números	68
La recta de los números reales positivos	68
Capítulo 2	
Sumas y restas utilizando el ábaco	
Sumas y restas en el ábaco	71
La suma y la resta son operaciones inversas	
La resta es la operación inversa de la suma	74
La suma es la operación inversa de la resta	76
Comprobación de la suma y la resta	78
Sumas y restas combinadas	
Orden para efectuar sumas y restas combinadas	84
Capítulo 3	
La multiplicación y la división son operaciones inversas	
La construcción de las tablas de multiplicar y de dividir	95
Desarrollo del algoritmo de la división	
Octavo, noveno y décimo pasos	
División de dos números cuando el divisor tiene dos o más cifras	100
División de dos números haciendo las restas mentalmente	106
División de dos números cualquiera expresados en notación decimal	117
Comprobación de la multiplicación y la división	
Comprobación de la multiplicación	123
Comprobación de la división	124
Capítulo 4	
Clasificación de las fracciones	
Definición de número fraccionario	131
Fracciones propias y fracciones impropias	131
Notación de fracción mixta	132
Suma y resta de fracciones	
Mínimo común múltiplo mentalmente	136
Suma y resta de fracciones mentalmente	138
Mínimo común múltiplo utilizando el algoritmo	142

Suma y resta de fracciones usando el método corto	144
Suma y resta de fracciones usando el método tradicional	146
Multiplicación de fracciones	
Concepto de la multiplicación de números naturales	151
Concepto de la multiplicación de números fraccionarios	151
Multiplicación de fracciones en forma geométrica	152
Algoritmo para la multiplicación de fracciones	154
División de fracciones	
Notación de la división de fracciones	159
Concepto de la división de números enteros	159
Concepto de la división de números fraccionarios	162
División de fracciones en forma geométrica	162
Algoritmos para la división de fracciones	166
Algoritmo de la división utilizando notación de fracción	167
Algoritmo de la división utilizando el símbolo de división	169
La ley de la tortilla	170
Capítulo 5	
Proporciones	
Concepto de rectas proporcionales	177
Constante de proporcionalidad	177
Regla de tres	
Concepto de regla de tres	182
Razón	
Concepto de razón	187
Promedio	
Concepto de promedio	190
Otra forma de visualizar el promedio	192
Promedio de más de dos números	193
Algoritmo para calcular el promedio	195
Capítulo 6	
Concepto de raíz cuadrada	
Concepto de raíz	201
Concepto de raíz cuadrada	201
Notación de raíz cuadrada	202
Cálculo de la raíz cuadrada utilizando material didáctico	202
Algoritmo de la raíz cuadrada	
Conceptos requeridos para desarrollar el algoritmo de la raíz cuadrada	205
Estrategia para desarrollar el algoritmo de la raíz cuadrada	205
El algoritmo de los tres pasos para calcular la raíz cuadrada	206
Capítulo 7	
Figuras geométricas planas	
Polígonos	213
El círculo y la elipse	213
Clasificación de las figuras geométricas planas	213
Tipos de polígonos de acuerdo al tamaño de sus lados	213
Tipos de polígonos de acuerdo al número de sus lados	214
Clasificación de los cuadriláteros	214
Clasificación de los triángulos de acuerdo al paralelogramo del que proceden	215
Clasificación de los triángulos de acuerdo al tamaño de sus lados	216
Figuras geométricas planas	216
Simetría de figuras geométricas planas	
Concepto de simetría	217

Perímetros y áreas	
Perímetro de un polígono	225
Perímetro de un círculo	226
El número π es la relación entre el perímetro y el diámetro de un círculo	226
Fórmula para calcular el perímetro de un círculo	227
Relación de las unidades de longitud dentro del sistema métrico decimal	229
Área de un cuadrado y de un rectángulo	232
Relación de las unidades de área dentro del sistema métrico decimal	233

Capítulo 8

Prismas, poliedros, cilindros, pirámides y conos

Prismas	243
Nombre de un prisma	243
Clasificación de los prismas	244
Poliedros	244
Clasificación de los poliedros	244
Cilindros	245
Clasificación de los cilindros	245
Pirámides	246
Clasificación de las pirámides	246
Altura de una pirámide	246
Conos	247
Clasificación de los conos	247
Altura de un cono	247
Figuras geométricas sólidas	247

Volumen de prismas, cilindros, pirámides, conos y poliedros

Volumen de prismas y cilindros	248
Volumen de pirámides	250
Volumen de conos	251
Volumen de poliedros	252

Apéndice

Material didáctico

Instrucciones para recortar el material	257
Instrucciones para armar el material	257
Instrucciones para armar los volúmenes que requieren de más de una cartulina	257

Introducción

La pedagogía de San Ignacio de Loyola aplicada a la enseñanza de las matemáticas

Este libro de texto ha sido elaborado utilizando la *Pedagogía de San Ignacio de Loyola* aplicada a la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Esta pedagogía tiene como marco filosófico referencial una filosofía humanista, es decir, tiene como único objetivo promover las capacidades que identifican a un ser como humano: la imaginación, la inteligencia, la creatividad, la libertad, etcétera. Por lo cual, el plan estratégico de este libro ha sido diseñado pensando únicamente en la promoción humana de los niños que ahora transitan por los salones de clase.

La manera de proceder de San Ignacio en la apropiación de la experiencia de Dios, para ser adaptada al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el salón de clase, ha sido enriquecida utilizando la epistemología de Bernard Lonergan.

Esta metodología pedagógica consiste, en un proceso de cinco pasos que se repiten cada vez que introducimos un nuevo concepto matemático. En la publicación *Pedagogía de San Ignacio Aplicada a la Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas* se encuentra explicada en detalle de esta novedosa metodología.

La estrategia pedagógica consiste de cinco pasos:

1. *Contextualizar el conocimiento.* Explicitar claramente qué concepto matemático vamos a estudiar y colocarlo sobre la espiral ascendente del conocimiento, es decir, verificar que el estudiante ya se ha apropiado de los conceptos previos necesarios y saber con precisión cuál será el siguiente concepto que estudiaremos, ya que los conceptos no son entes aislados que aparecen de repente, sino que son como ladrillos, que para poder formar una barda, se colocan para soportar a los que estarán encima de ellos.
2. *Experimentar una realidad sensible utilizando los sentidos, para permitirle al estudiante entender el concepto.* A través de una estrategia pedagógica adecuada, el estudiante utilizando sus sentidos, debe tocar, ver, oír, oler o gustar el concepto, para que extrayendo datos inquiera e imagine y así pueda captar la unidad inteligible de esos datos y por lo tanto entender.
Usando la geometría como hilo conductor en el estudio de las matemáticas, hemos podido utilizar imágenes y material didáctico manipulable para la apropiación de los principales conceptos de las matemáticas.
3. *Demostrar o verificar que lo entendido es cierto.* Cuando el alumno ha entendido y por lo tanto, ha podido formular con sus propias palabras el concepto, entonces se pregunta si lo que ha entendido es verdadero. El estudiante utilizando el conocimiento matemático que hasta este momento ha adquirido, demuestra el concepto dándose así en él o ella la comprensión total.
4. *Aplicar el conocimiento adquirido y desarrollar la habilidad al usarlo en la solución de diferentes tipos de problemas.* Al aplicar el conocimiento, el alumno desarrolla o crea el algoritmo que le permite realizar operaciones o resolver problemas en forma ordenada y eficiente. Sin embargo, no basta sólo con que el alumno deduzca el algoritmo correspondiente, sino que también, es indispensable que desarrolle la habilidad y acumule la experiencia necesaria para el planteamiento y resolución de ese tipo de problemas.
5. *Evaluar lo aprendido y la forma como fue aprendido.* La evaluación la hacemos en dos sentidos. Primero, debemos verificar si el estudiante se ha apropiado del concepto matemático estudiado y ha desarrollado la habilidad y acumulado la experiencia necesaria en el planteamiento y resolución de problemas. Después, debemos evaluar la forma en la cual hemos expuesto al alumno al concepto, es decir, nuestro propio trabajo como maestros.

Aritmética. Libro electrónico del maestro

El libro electrónico del maestro presenta, utilizando la pedagogía de San Ignacio de Loyola aplicada a la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, todos los conceptos aritméticos, los de geometría básica y las aplicaciones, que los alumnos de enseñanza básica deben entender, demostrar y utilizar durante su formación.

Este libro permite al maestro elaborar los programas de estudio, preparar sus clases y planear las estrategias pedagógicas necesarias para que los alumnos en el salón de clase entiendan y demuestren los diferentes conceptos aritméticos, así como también, creen los algoritmos de las operaciones básicas y desarrollen la habilidad para utilizarlos.

Material didáctico Mathematiké

El material didáctico Mathematiké ayuda a los estudiantes a aplicar sus sentidos para que en forma sencilla, amena y divertida entiendan y demuestren el concepto que estudian.

El uso continuo de los juegos, posibilita a los alumnos a desarrollar la habilidad en la aplicación de los conceptos.

Objetivo del libro

Este libro de texto y de trabajo, tiene como objetivo ayudar a los niños a apropiarse de los conceptos aritméticos y geométricos, que les permitan crear sus propios algoritmos para resolver las operaciones básicas con números enteros y fraccionarios, y desarrollar la habilidad para hacer operaciones, tanto mentalmente como utilizando los algoritmos, que ellos mismos han construido.

Cómo está organizado el libro

Este libro corresponde al quinto y sexto niveles de abstracción y ha sido organizado por conceptos y no se pretende que el alumno lo recorra en orden, sino que de acuerdo al plan semanal de trabajo, realice simultáneamente ejercicios de diferentes conceptos que el maestro crea convenientes.

Al final de cada capítulo, se encuentran las series de ejercicios de problemas planteados, o problemas hablados. El alumno debe ir resolviéndolos de acuerdo al avance que va teniendo en la apropiación y aplicación de los conceptos correspondientes. No tiene que esperar a terminar el capítulo, para empezar a resolver los problemas.

La versión electrónica del libro, que ha sido elaborado para el maestro, contiene las respuestas de los ejercicios y problemas.

El apéndice, contiene el material didáctico, que el alumno utiliza a lo largo del curso.

Niveles en la apropiación del conocimiento matemático

La pedagogía de San Ignacio de Loyola aplicada a la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, propone que el alumno vaya consolidando niveles de abstracción y el desarrollo de las habilidades que el nivel requiere. Para que los niños vayan penetrando en el fascinante mundo de la abstracción matemática, sin dar brincos y gozando el conocimiento que van adquiriendo, recomendamos fuertemente, no pasar al cuarto nivel de abstracción hasta que el maestro ya ha verificado que los estudiantes están preparados para hacerlo.

Nuestra página de Internet

Con el objeto de tener una vía de comunicación directa entre los maestros, los alumnos y el grupo de investigadores que hacemos esta propuesta educativa, el proyecto de investigación en la enseñanza de las matemáticas *Mathematiké* tiene una página en el internet: www.mathematike.org En este sitio, presentamos con mucho más detalle la Pedagogía de San Ignacio, la lista completa y actualizada del material didáctico y de los libros de texto y de trabajo. Es nuestro compromiso mantener siempre al día nuestra propuesta educativa, por lo cual, la comunicación con ustedes los maestros, nos es de vital importancia.